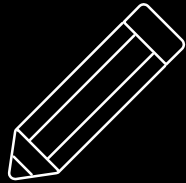


CURSO DE NIVELAMENTO 2023/02 UFT / PALMAS



Prof. Dr. Paulo A. Oliveira

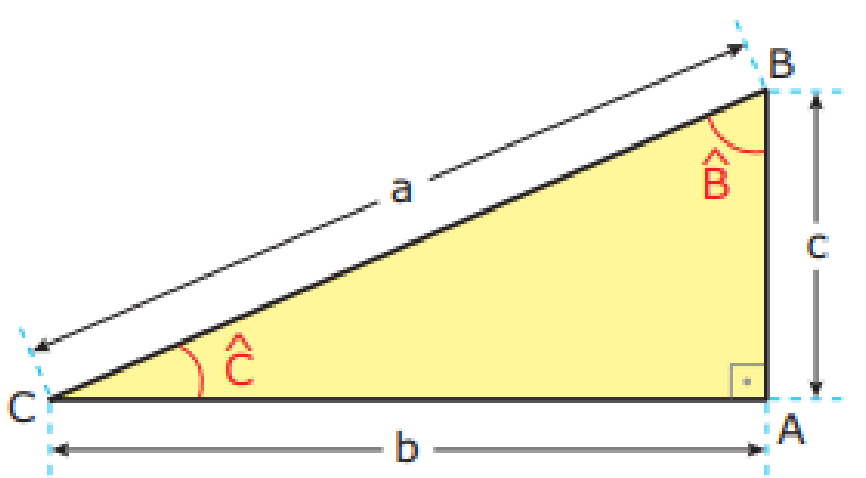


Conteúdo: Trigonometria

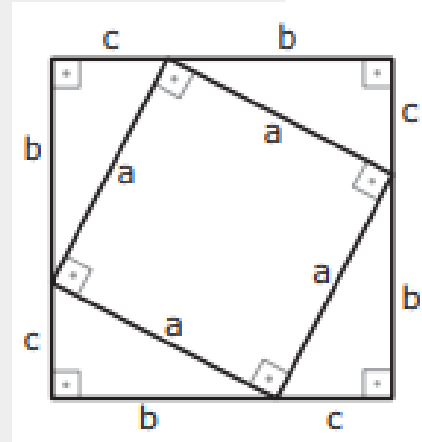
- ✓ Triângulo retângulo;
- ✓ Ciclo Trigonométrico;
- ✓ Relações trigonométricas;
- ✓ Equações trigonométricas;
- ✓ Gráficos.



Triângulo Retângulo



$$c^2 + b^2 = a^2$$



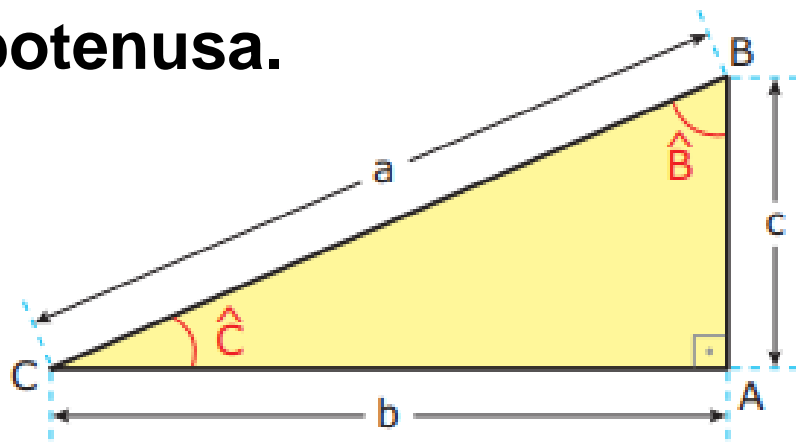
Triângulo Retângulo



Senô: é a razão entre a medida do cateto oposto a esse ângulo e a medida da hipotenusa.

Cosseno: é a razão entre a medida do cateto adjacente a esse ângulo e a medida da hipotenusa.

	\hat{B}	\hat{C}
seno (sen)	$\frac{b}{a}$	$\frac{c}{a}$
cosseno (cos)	$\frac{c}{a}$	$\frac{b}{a}$



Relações trigonométricas



***sen*(α)**

***cos*(α)**

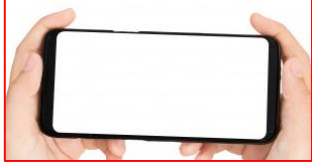
$$\text{tg}(\alpha) = \frac{\text{sen}(\alpha)}{\text{cos}(\alpha)}$$

$$\text{cotg}(\alpha) = \frac{\text{cos}(\alpha)}{\text{sen}(\alpha)}$$

$$\text{sec}(\alpha) = \frac{1}{\text{cos}(\alpha)}$$

$$\text{cosec}(\alpha) = \frac{1}{\text{sen}(\alpha)}$$

Relações Trigonométricas



$$\text{sen}^2 \alpha + \text{cos}^2 \alpha = 1$$

$$\text{cos } \alpha = \text{sen } (90^\circ - \alpha)$$

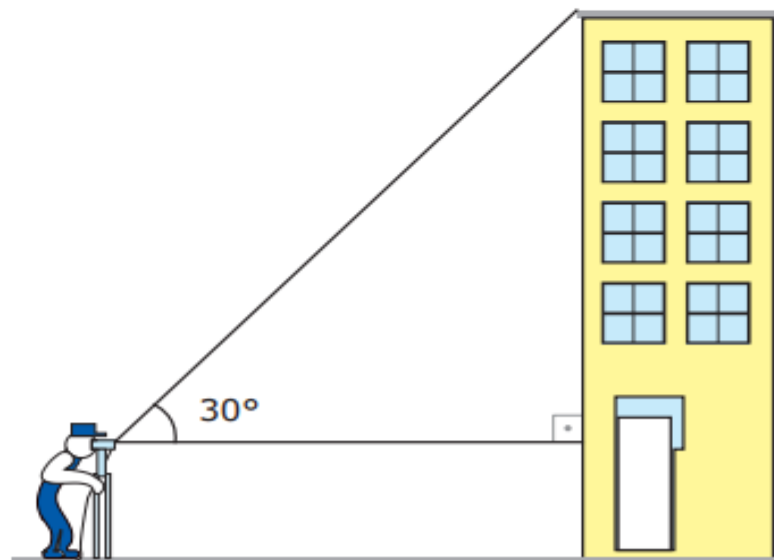
$$\text{sen } \alpha = \text{cos } (90^\circ - \alpha)$$

Mostre esta:

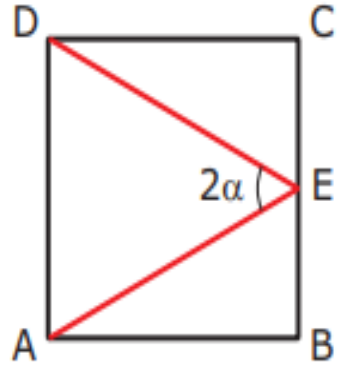
$$\text{tg}^2(\alpha) + 1 = \text{sec}^2(\alpha)$$



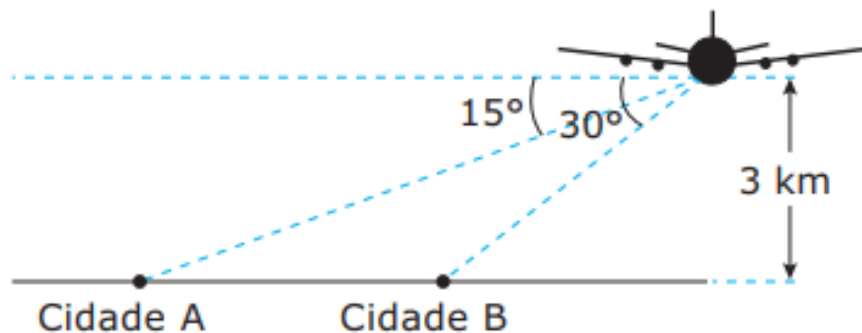
(UFJF-MG) Um topógrafo foi chamado para obter a altura de um edifício. Para fazer isso, ele colocou um teodolito (instrumento ótico para medir ângulos) a 200 metros do edifício e mediu um ângulo de 30° , como indicado na figura a seguir. Sabendo que a luneta do teodolito está a 1,5 metro do solo, pode-se concluir que, entre os valores a seguir, o que **MELHOR** aproxima a altura do edifício, em metros, é



(UFMG) Nesta figura, **E** é o ponto médio do lado \overline{BC} do quadrado $ABCD$. A tangente do ângulo α é



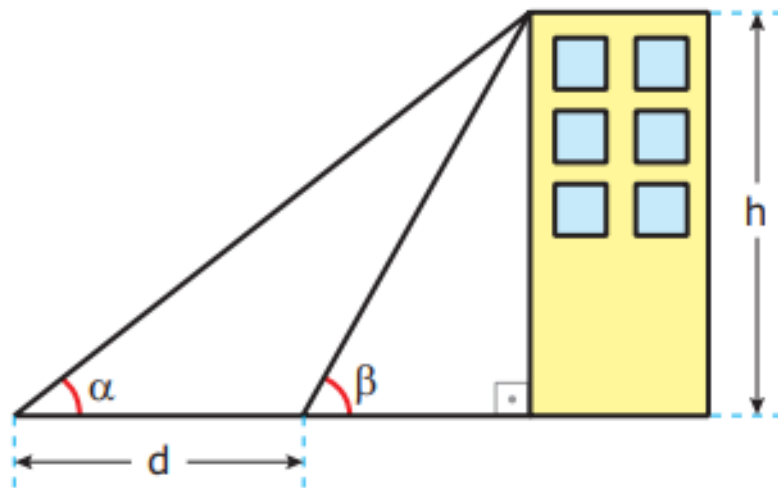
(UFV-MG-2006) Um passageiro em um avião avista duas cidades **A** e **B** sob ângulos de 15° e 30° , respectivamente, conforme a figura a seguir.



Se o avião está a uma altitude de 3 km, a distância entre as cidades **A** e **B** é



(UFOP-MG) Um observador vê um prédio segundo um ângulo α . Após caminhar uma distância d em direção ao prédio, ele passa a vê-lo segundo um ângulo β . Podemos afirmar que a altura h do prédio é



A) $\frac{d \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \alpha}$

B) $\frac{d \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}$

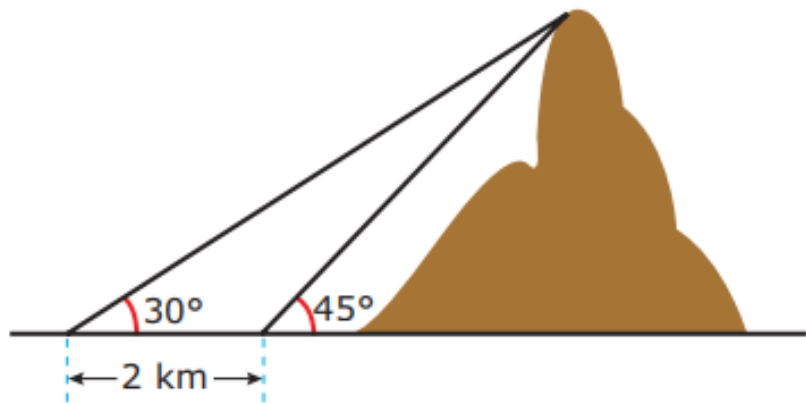
C) $\frac{d \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \alpha}$

D) d

Igual ao anterior?



(UFJF-MG) Ao aproximar-se de uma ilha, o capitão de um navio avistou uma montanha e decidiu medir a sua altura. Ele mediu um ângulo de 30° na direção do seu cume, como indicado na figura. Depois de navegar mais 2 km em direção à montanha, repetiu o procedimento, medindo um novo ângulo de 45° . Então, usando $\sqrt{3} = 1,73$, o valor que mais se aproxima da altura dessa montanha, em quilômetros, é



Igual ?





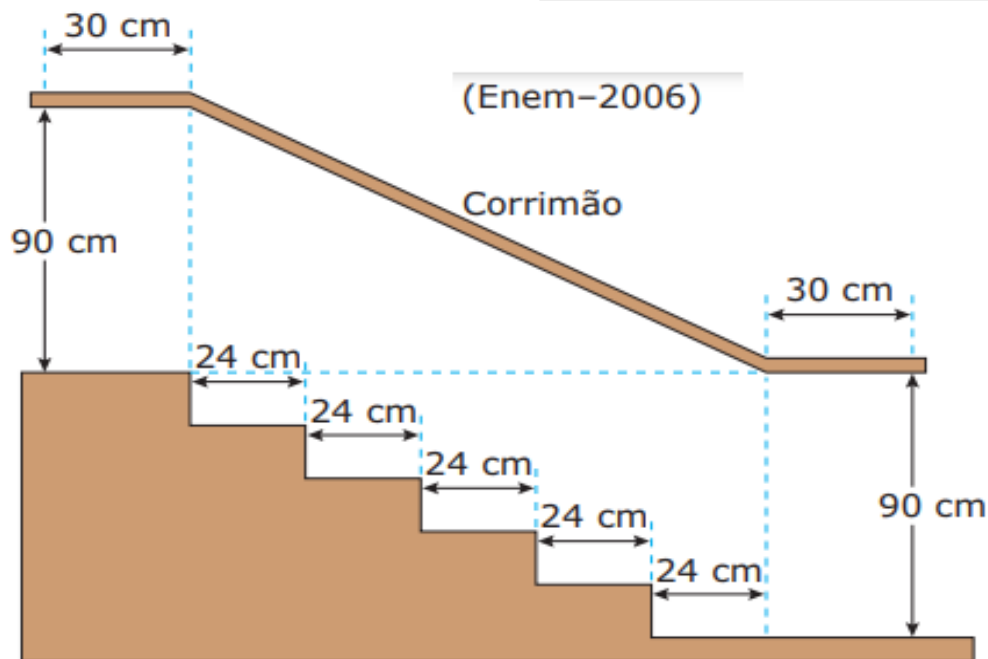
(UNESP-SP-2008) Dado o triângulo retângulo ABC, cujos catetos são: $AB = \text{sen } x$ e $BC = \text{cos } x$, os ângulos em **A** e **C** são

A) $A = x$ e $C = \frac{\pi}{2}$ D) $A = \frac{\pi}{2} - x$ e $C = x$

B) $A = \frac{\pi}{2}$ e $C = x$ E) $A = x$ e $C = \frac{\pi}{4}$

C) $A = x$ e $C = \frac{\pi}{2} - x$



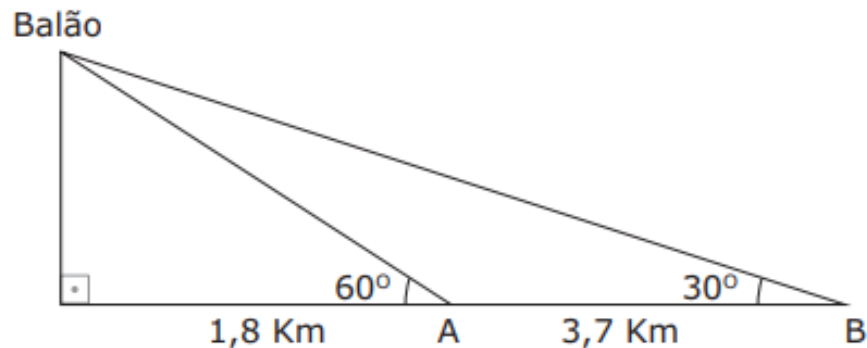


Na figura anterior, que representa o projeto de uma escada de 5 degraus de mesma altura, o comprimento total do corrimão é igual a

- A) 1,8 m. C) 2,0 m. E) 2,2 m.
B) 1,9 m. D) 2,1 m.



(Enem-2010) Um balão atmosférico, lançado em Bauru (343 quilômetros a noroeste de São Paulo), na noite do último domingo, caiu nesta segunda-feira em Cuiabá Paulista, na região de Presidente Prudente, assustando agricultores da região. O artefato faz parte do programa Projeto Hibiscus, desenvolvido por Brasil, França, Argentina, Inglaterra e Itália, para a medição do comportamento da camada de ozônio, e sua descida se deu após o cumprimento do tempo previsto de medição.



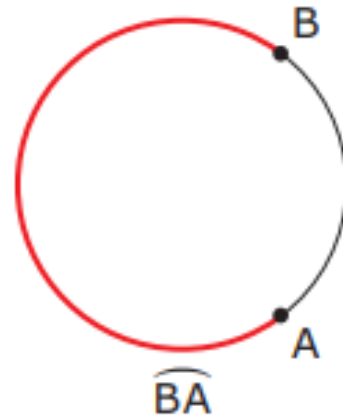
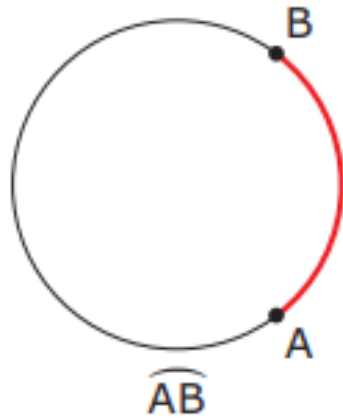
Na data do acontecido, duas pessoas avistaram o balão. Uma estava a 1,8 km da posição vertical do balão e o avistou sob um ângulo de 60° ; a outra estava a 5,5 km da posição vertical do balão, alinhada com a primeira, e no mesmo sentido, conforme se vê na figura, e o avistou sob um ângulo de 30° . Qual a altura aproximada em que se encontrava o balão?

- A) 1,8 km C) 3,1 km E) 5,5 km
B) 1,9 km D) 3,7 km

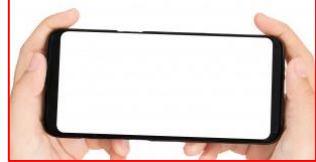
Ciclo Trigonométrico



Dois pontos, **A** e **B**, de uma circunferência dividem-na em duas partes denominadas **arcos**; **A** e **B** são as extremidades de cada um desses arcos, que indicaremos por \widehat{AB} ou \widehat{BA} .



Medida de ângulo



Medida em graus

Dividindo-se uma circunferência em 360 partes congruentes entre si, cada um desses arcos é um arco de um grau (1°).

Dividindo-se um arco de 1° em 60 partes congruentes entre si, cada um desses arcos mede um minuto ($1'$).

Dividindo-se um arco de $1'$ em 60 partes congruentes entre si, cada um desses arcos mede um segundo ($1''$).

Portanto, $1^\circ = 60'$ e $1' = 60''$.

Para um arco de circunferência com medida **a** graus, **b** minutos e **c** segundos, escrevemos $a^\circ b' c''$.

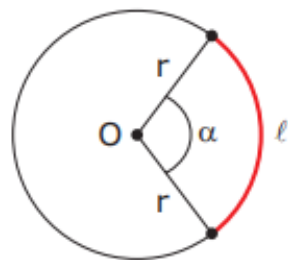
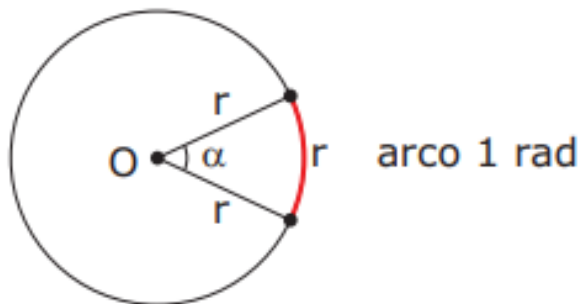


Medida de ângulo



Radiano

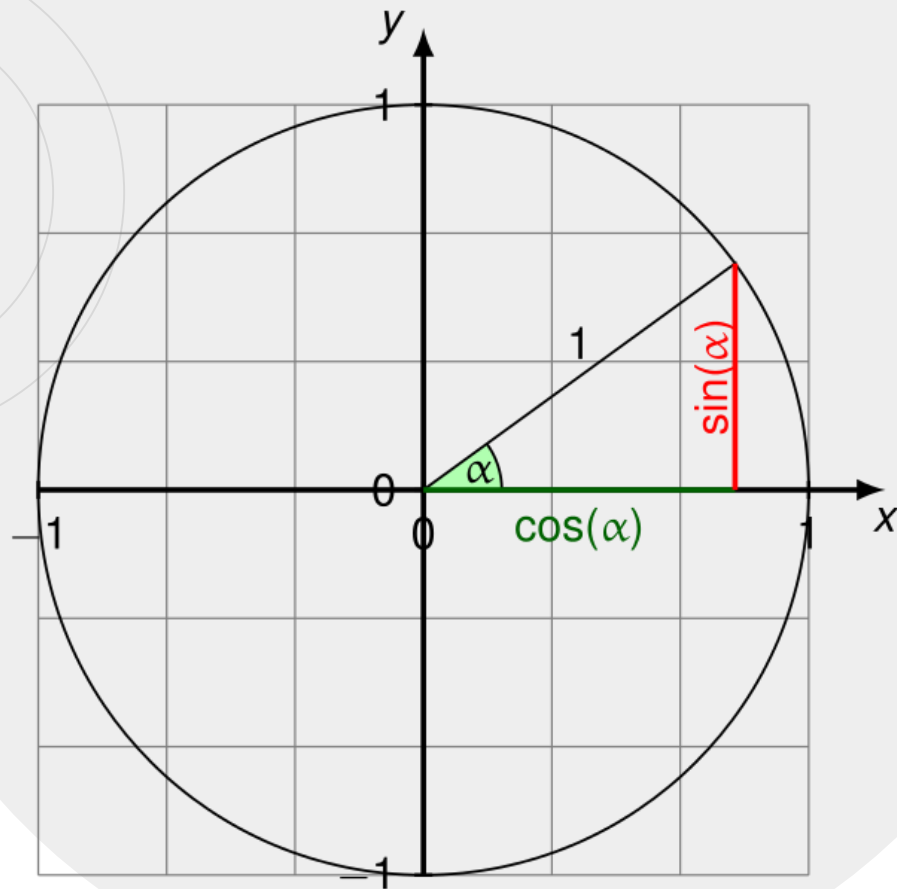
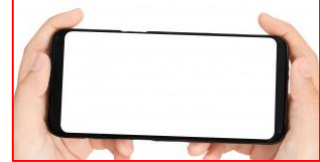
Arco de 1 radiano (rad) é o arco cujo comprimento é igual à medida do raio da circunferência que o contém.



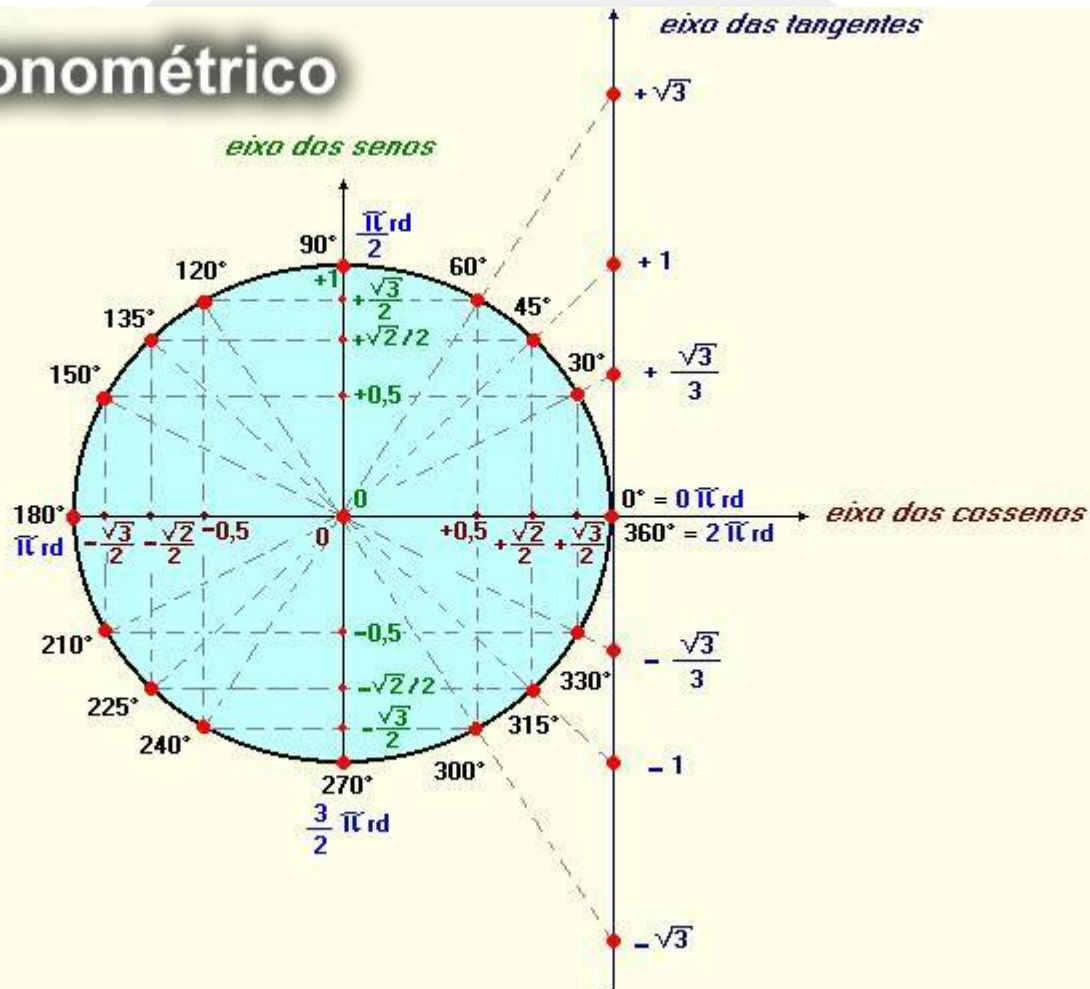
$$\alpha = \frac{\ell}{r}$$

É importante observar que a medida de um ângulo, em radianos, só é igual ao comprimento de seu arco se $r = 1$.

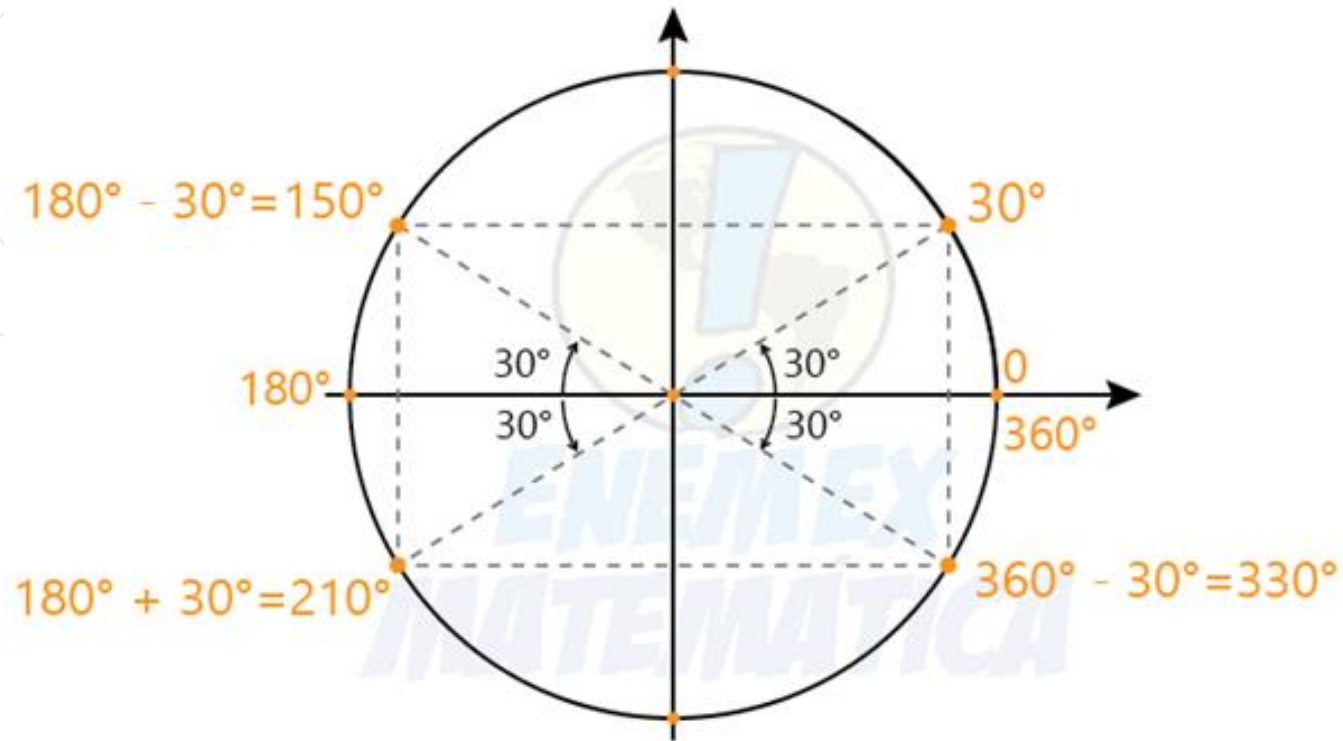
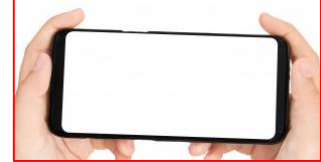
Ciclo Trigonométrico



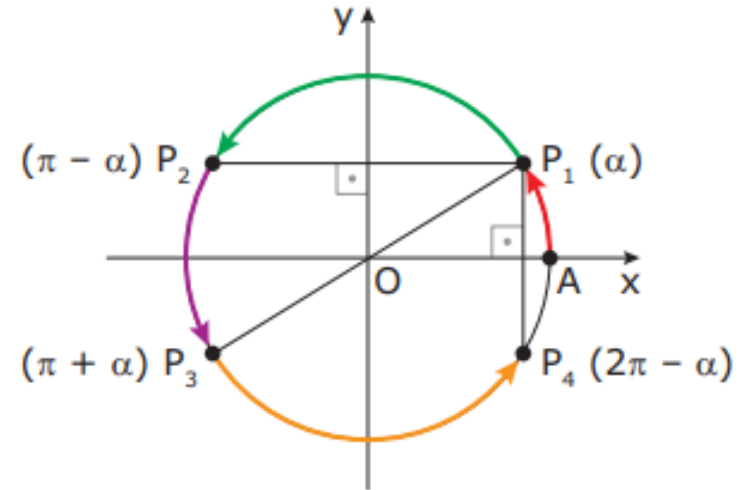
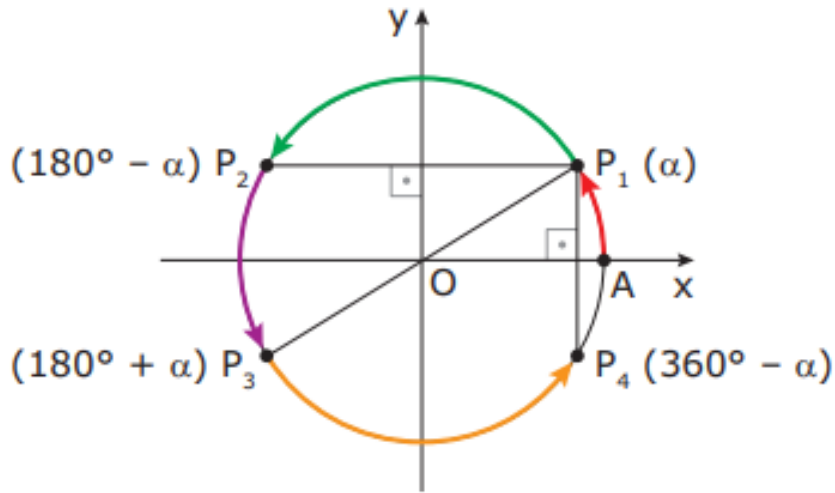
Ciclo Trigonométrico



Quadrantes – Simetria - Redução



Simetrias



$$\text{sen}(165^\circ) = -\text{sen}(195^\circ)$$



Exercícios



1 Resolver a equação

$$2 \operatorname{sen} x - \sqrt{2} = 0 \text{ sabendo que } 0^\circ \leq x \leq 360^\circ.$$

2 (FGV) – A equação $4 \cdot \operatorname{sen}^2 x = 1$, para $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$, tem conjunto verdade igual a:

- a) $\{30^\circ\}$ b) $\{60^\circ\}$ c) $\{30^\circ; 210^\circ\}$
d) $\{30^\circ; 150^\circ\}$ e) $\{30^\circ; 150^\circ; 210^\circ; 330^\circ\}$

3 Resolver a equação

$$-2 \operatorname{sen} x - \sqrt{2} = 0 \text{ sabendo que } 0^\circ \leq x \leq 360^\circ.$$

4 Resolver a inequação $2 \cos x - 1 < 0$ sabendo que $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$.





(UFOP-MG) Um ciclista de uma prova de resistência deve percorrer 500 km em torno de uma pista circular de raio 200 m. O número aproximado de voltas que ele deve dar é
A) 100 B) 200 C) 300 D) 400 E) 500

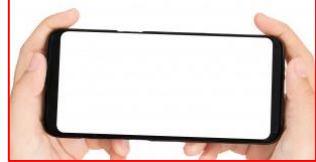
(UniBH-MG) Considerando $\pi = 3,14$, o número de voltas completas que uma roda de raio igual a 40 cm, incluindo o pneu, dará para que o automóvel se desloque 1 quilômetro será de
A) 290 B) 398 C) 2 000 D) 3 980

(UFC-CE) Um relógio marca que faltam 15 minutos para as duas horas. Então, o **MENOR** dos dois ângulos formados pelos ponteiros das horas e dos minutos mede
A) $142^{\circ}30'$ C) $157^{\circ}30'$ E) $127^{\circ}30'$
B) 150° D) 135°

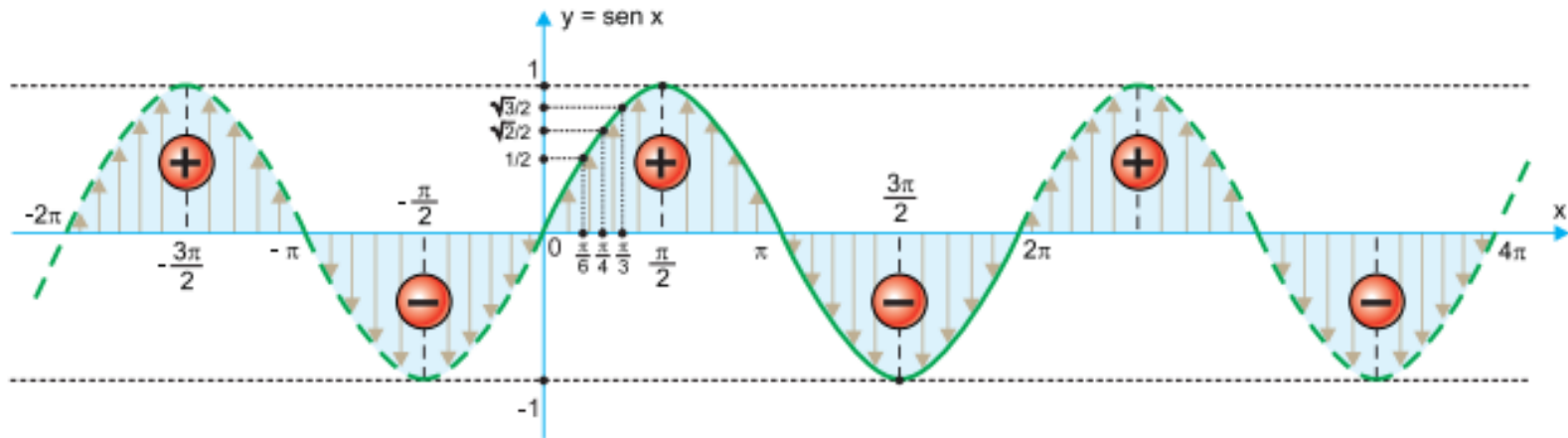
(UFPA) Quantos radianos percorre o ponteiro dos minutos de um relógio em 50 minutos?
A) $\frac{16\pi}{9}$ B) $\frac{5\pi}{3}$ C) $\frac{4\pi}{3}$ D) $\frac{4\pi}{2}$ E) $\frac{3\pi}{3}$



Função Seno



Notando que $\sin x = \sin (x \pm 2\pi)$, pois x e $x \pm 2\pi$ são as medidas de arcos de mesma extremidade, e de acordo com a tabela do item anterior, concluímos que o gráfico da função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = \sin x$ é:



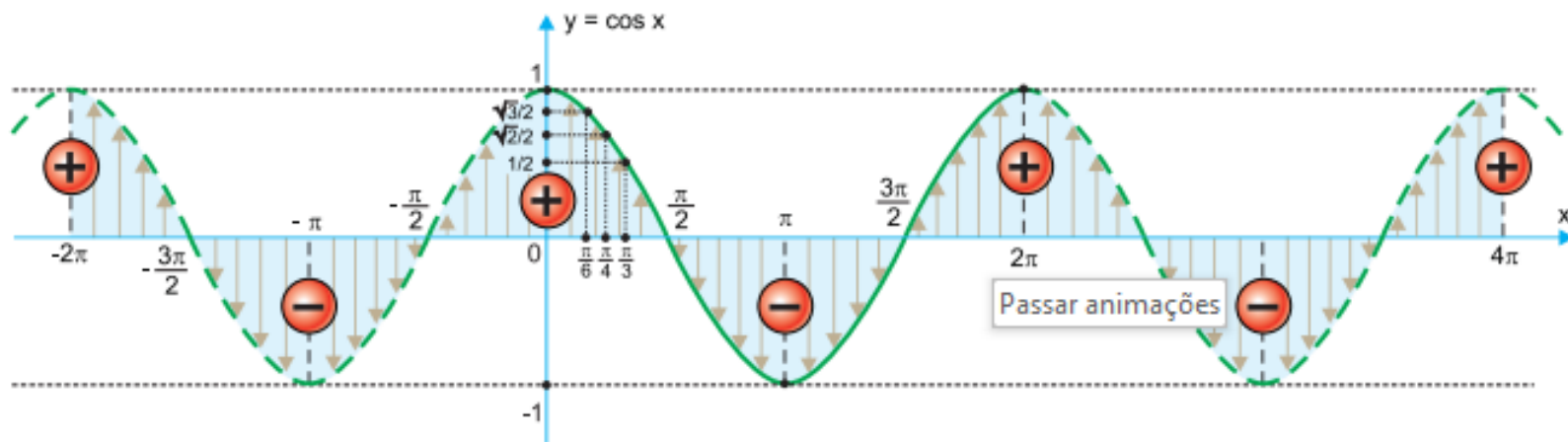
e o conjunto imagem é $\{y \in \mathbb{R} \mid -1 \leq y \leq 1\}$.



Função Cosseno

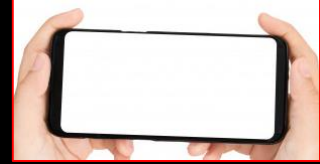


Notando que $\cos x = \cos(x \pm 2\pi)$, pois x e $x \pm 2\pi$ são as medidas de arcos de mesma extremidade, e de acordo com a tabela do item anterior, concluímos que o gráfico da função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = \cos x$ é:



e o conjunto imagem é $\{y \in \mathbb{R} \mid -1 \leq y \leq 1\}$.





DICAS EXTRAS

- ✓ DIFERENÇA ENTRE ENS. MÉDIO E SUPERIOR???
- ✓ CALCULADORA;
- ✓ APLICATIVOS;
- ✓ REVISAR O CONTEÚDO



**ESTUDE
SEMPRE !!!**