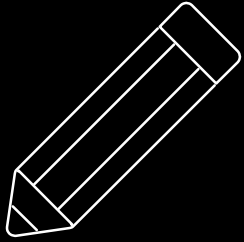


Correção – lista 4



CÁLCULO NUMÉRICO

ENG. DE ALIMENTOS



Prof. Dr. Paulo A. Oliveira



Série de Taylor

$$f(x) = f(a) + f'(a) \frac{(x-a)}{1!} + f''(a) \frac{(x-a)^2}{2!} + f'''(a) \frac{(x-a)^3}{3!} + \dots$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} f^{(n)}(a) \frac{(x-a)^n}{n!}$$

Obs.: Maclaurin (a = 0)

Exemplos:

$$e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots$$

$$\sin x = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$$

$$\cos x = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$$

Correção exercício – lista 4

6) Desenvolva o Polinômio de Taylor, até ordem 3 (terceira derivada), para as funções abaixo, em torno do ponto “a” indicado em cada caso.

b) $g(x) = \sin(x)$ $a = \pi/3$

Resp.

(i) DERIVADAS

$$g'(x) = \cos(x)$$

$$g''(x) = -\sin(x)$$

$$g'''(x) = -\cos(x)$$

$$g'(\pi/3) = \cos(\pi/3) = 1/2$$

$$g''(\pi/3) = -\sin(\pi/3) = -\sqrt{3}/2$$

$$g'''(\pi/3) = -\cos(\pi/3) = -1/2$$

FUNÇÃO $g(a)$:

$$* g(\pi/3) = \sqrt{3}/2$$

(ii) $P_3(x)$ DE TAYLOR

$$(*) \quad P_3(x) = g(a) + g'(a)(x-a) + g''(a) \cdot \frac{(x-a)^2}{2} + g'''(a) \cdot \frac{(x-a)^3}{6}$$

FAZENDO $x = a + h \Rightarrow h = x - a$ E APLICANDO $a = \pi/3$

$$(*) \quad P(a+h) = g(\pi/3) + g'(\pi/3) \cdot h + g''(a) \cdot \frac{h^2}{2} + g'''(a) \cdot \frac{h^3}{6}$$

$$P(a+h) = \sqrt{3}/2 + \frac{1}{2}h - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{h^2}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{h^3}{6}$$

CONTINUAÇÃO...

$$*) \mathcal{T}(a+h) = \sqrt{3}/2 + h/2 - \frac{h^2\sqrt{3}}{4} - \frac{h^3}{12} \quad (\text{POL. de Taylor de ordem 3})$$

7) Usando os polinômios do exercício anterior calcule: b) $\sin(1,2)$

$$\frac{\pi}{3} \simeq \frac{3,14}{3} \simeq 1,05 \Rightarrow a = 1,05, \quad x = a+h = 1,2 \Rightarrow h = 1,2 - 1,05 \Rightarrow h = 0,15.$$

$$*) \sin(1,2) = \mathcal{T}(\overset{a}{1,05} + \overset{h}{0,15}) = \sqrt{3}/2 + \frac{0,15}{2} - \frac{0,15^2\sqrt{3}}{4} - \frac{0,15^3}{12}$$

USANDO A CALCULADORA PI RESOLVER A CONTÁ:

$$(*) \sin(1,2) \simeq 0,9310$$

8) Calcule o erro cometido na aproximação, fazendo o resultado do exercício 2 menos o resultado da calculadora: b) $\sin(1,2)$

DIRETO NA CALCULADORA (EM RADIANO)

$$\sin(1,2) \simeq 0,9320$$

PELO EXERC. 7:

$$\sin(1,2) \simeq 0,9310$$

$$\text{ERRO: } 0,9320 - 0,9310 = 0,001$$

$$\text{OU } \text{ERRO} = 1 \times 10^{-3}$$