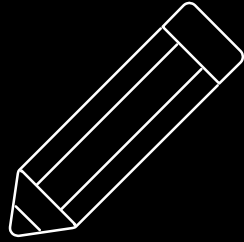


Exemplo - Extra



CÁLCULO NUMÉRICO

ENG. DE ALIMENTOS



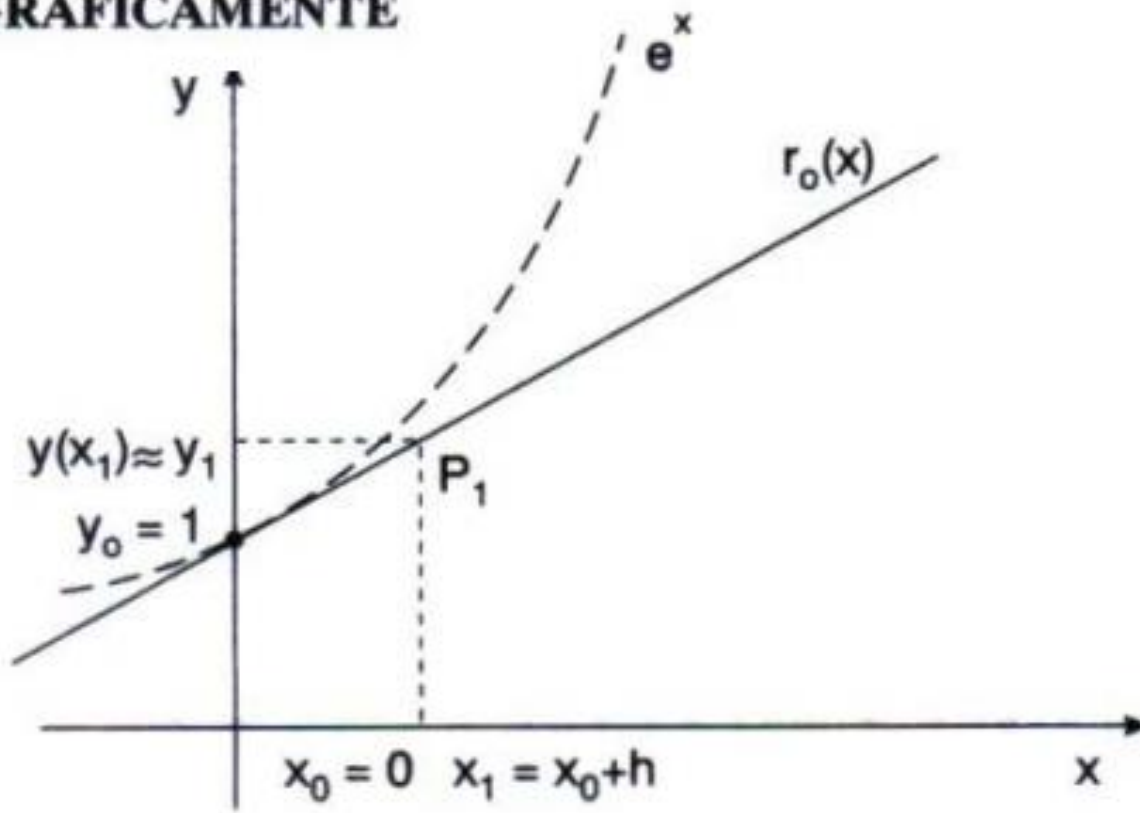
Prof. Dr. Paulo A. Oliveira



Método de Euler

Atenção: Este é um método de série de Taylor de ordem 1

GRAFICAMENTE



Próximo Ponto:

$$y_{n+1} = y_n + hy'_n$$

Erro:

$$e(x_{n+1}) = \frac{y''(\xi_{x_{n+1}})}{2} h^2$$

Tamanho do Passo - h:

$$|e(x_n)| \leq \max_{x \in I} |e(x)| \leq \frac{M_{k+1} h^{k+1}}{(k+1)!} = Ch^{k+1}$$

CÁLC. NUMÉR.

MÉTODOS DE TAYLOR

$$(*) \quad y(x_n + h) = y(x_n) + h y'(x_n) + \frac{h^2}{2!} y''(x_n) + \frac{h^3}{3!} y'''(x_n) + \dots + \varepsilon$$

* QUEREMOS ENCONTRAR $y(x)$, QUE É A RESP. DA E.D.O: $\begin{cases} y'(x) = f(x, y(x)), \\ y(0) = y_0 \end{cases}$, ASSIM TEMOS:

$$y'(x_n) = f(x_n, y(x_n)); \quad y''(x_n) = [f(x_n, y(x_n))]' = f_x + f_y \cdot y'(x_n) = f_x + f_y \cdot f$$

(i) (*) $y(x_n + h) = y(x_n) + h f(x_n, y(x_n))$ (MÉTODOS DE EULER = MÉT. DE TAYLOR ord. 1)

(ii) (*) $y(x_n + h) = y(x_n) + h f(x_n, y(x_n)) + \frac{h^2}{2} f'(x_n, y(x_n))$ (MÉT. DE TAYLOR ordem 2.)

Ex.: Métodos de Euler para

$$\begin{cases} y' = -y + x + 2 \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

$h = 0,1$

$$y_1 = y_0 + h f(x_0, y_0) = y_0 + h [-y_0 + x_0 + 2]$$

$$y_1 = 2 + 0,1 [-2 + 0 + 2] = 2.$$

$$y_1 \approx y(x_1) = y(0,1)$$

$$f(x, y(x)) = -y + x + 2$$

$$x_0 = 0 \text{ e } y_0 = 2$$

$$(*) \quad y_{n+1} = y_n + h f(x, y)$$

$$y_{n+1} = y_n + h \cdot [-y_n + x_n + 2]$$

$$y_2 = y_1 + h f(x_1, y_1) = 2 + 0,1 [-2 + 0,1 + 2] = 2 + 0,1 \cdot (0,1) = 2,01$$

$$y_2 = y(x_2) = y(0,2) = 2,01 \quad (y_2 = 2,01 \text{ e } x_2 = 0,2)$$

$$y_3 = y_2 + h f(x_2, y_2) = 2,01 + 0,1 \cdot [-2,01 + 0,2 + 2] = 2,01 + 0,1 \cdot (0,19) = 2,019$$

$$y_3 = y(x_3) = y(0,3) = 2,019 \quad (y_3 = 2,019 \text{ e } x_3 = 0,3)$$

ORGANIZANDO OS DADOS NA TABELA:

x_n	0	0,1	0,2	0,3
y_n	2	2	2,01	2,019

$$x_0 = 0$$

$$h = 0,1$$

$$f(x, y(x)) = -y + x + 2$$