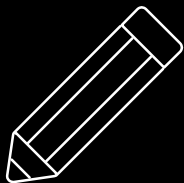


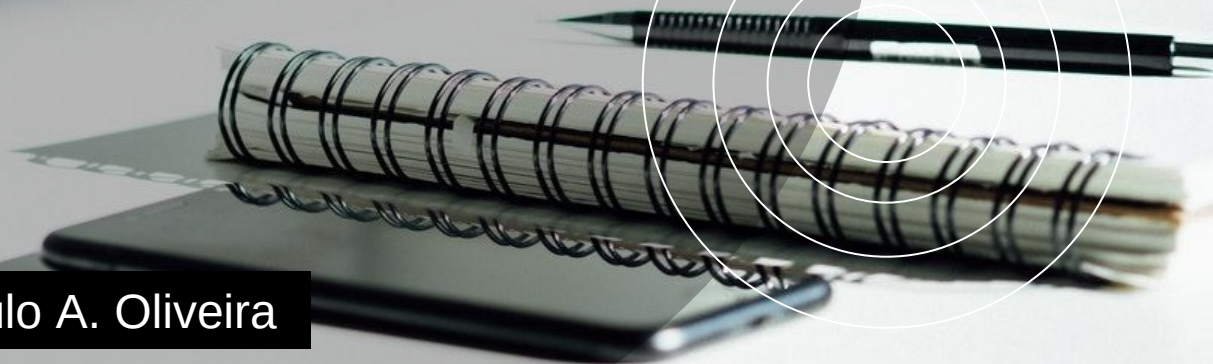
Aula 3 – 2º Bim.

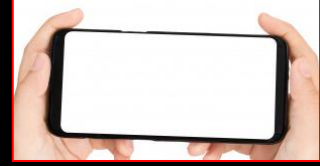


CÁLCULO NUMÉRICO ENG. DE ALIMENTOS



Prof. Dr. Paulo A. Oliveira





Aula 3 – 2º bim.

- ✓ INTEGRAÇÃO NUMÉRICA:
- ✓ Introdução
- ✓ Regras de Newton Cotes
- ✓ Regra do Trapézio
- ✓ Regra 1/3 de Simpson

Integração numérica

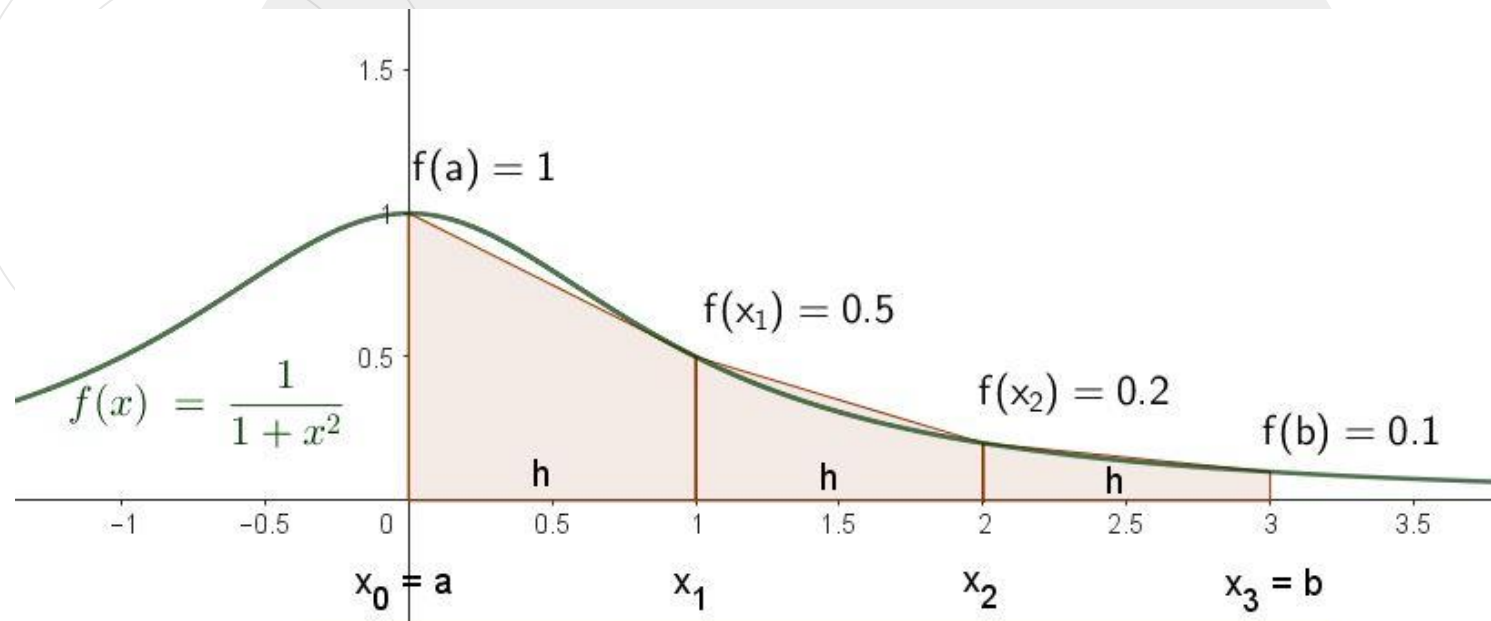
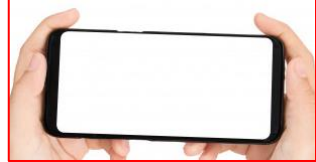


$$I = \int_a^b f(x) dx$$

- ▶ Não sei calcular I
- ▶ Sei calcular I , mas a expressão para I é complicada
- ▶ Só conheço f em pontos amostrados

○ Excel pode ajudar e entender

Integração numérica

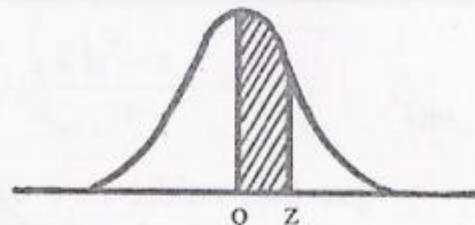


$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{2} [f(x_0) + 2[f(x_1) + f(x_2)] + f(x_3)]$$

Integração numérica



Cada casa na tabela dá a proporção sob a curva inteira entre $z - 0$ e um valor positivo de z . As áreas para os valores de z negativos são obtidas por simetria.



Z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2517	0,2549
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2703	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3261	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389

Fórmulas de Newton-Cotes:

- $[a, b]$ é dividido em espaços (h) iguais
- FNC Fechadas: $x_0 = a$ e $x_n = b$

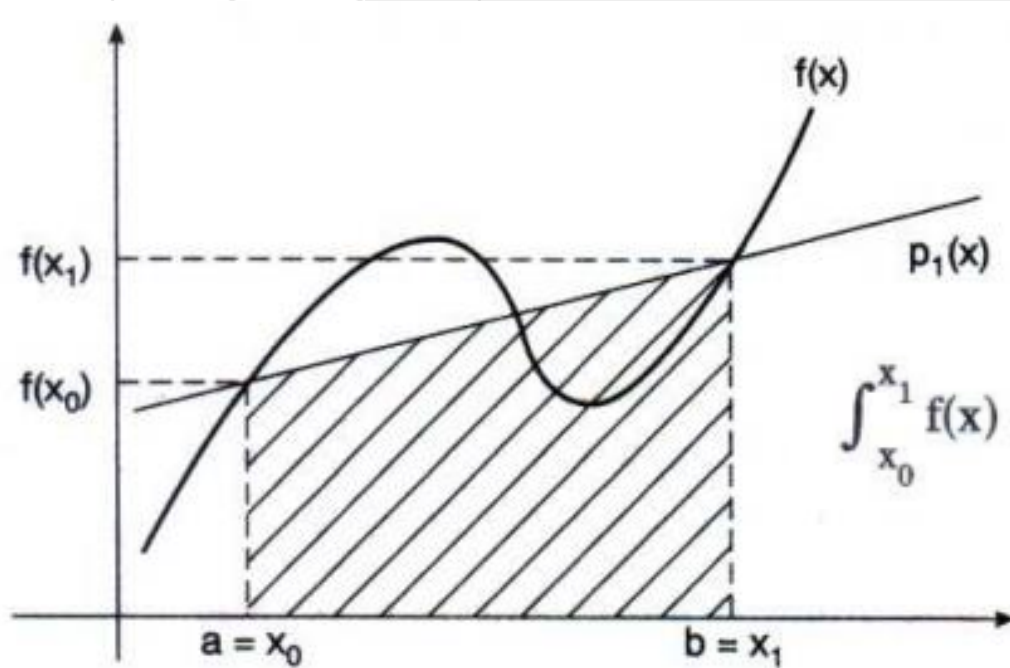
$$\int_a^b f(x) dx = \int_{x_0}^{x_n} f(x) dx \simeq A_0 f(x_0) + A_1 f(x_1) + \dots + A_n f(x_n) = \sum_{i=0}^n A_i f(x_i),$$

Fórmulas de Newton-Cotes:

- Trapézio simples e repetida;
- 1/3 de Simpson simples e repetida;

$$\int_a^b f(x) dx = \int_{x_0}^{x_n} f(x) dx \simeq A_0 f(x_0) + A_1 f(x_1) + \dots + A_n f(x_n) = \sum_{i=0}^n A_i f(x_i),$$

Regra do Trapézio Simples



$$\int_{x_0}^{x_1} f(x) dx = \frac{h}{2} \{f(x_0) + f(x_1)\} - \frac{h^3}{12} f''(c).$$

$$\int_a^b f(x) dx = \int_{a=x_0}^{b=x_1} p_1(x) dx = \int_{x_0}^{x_1} \left[\frac{(x-x_1)}{-h} f(x_0) + \frac{(x-x_0)}{h} f(x_1) \right] dx$$

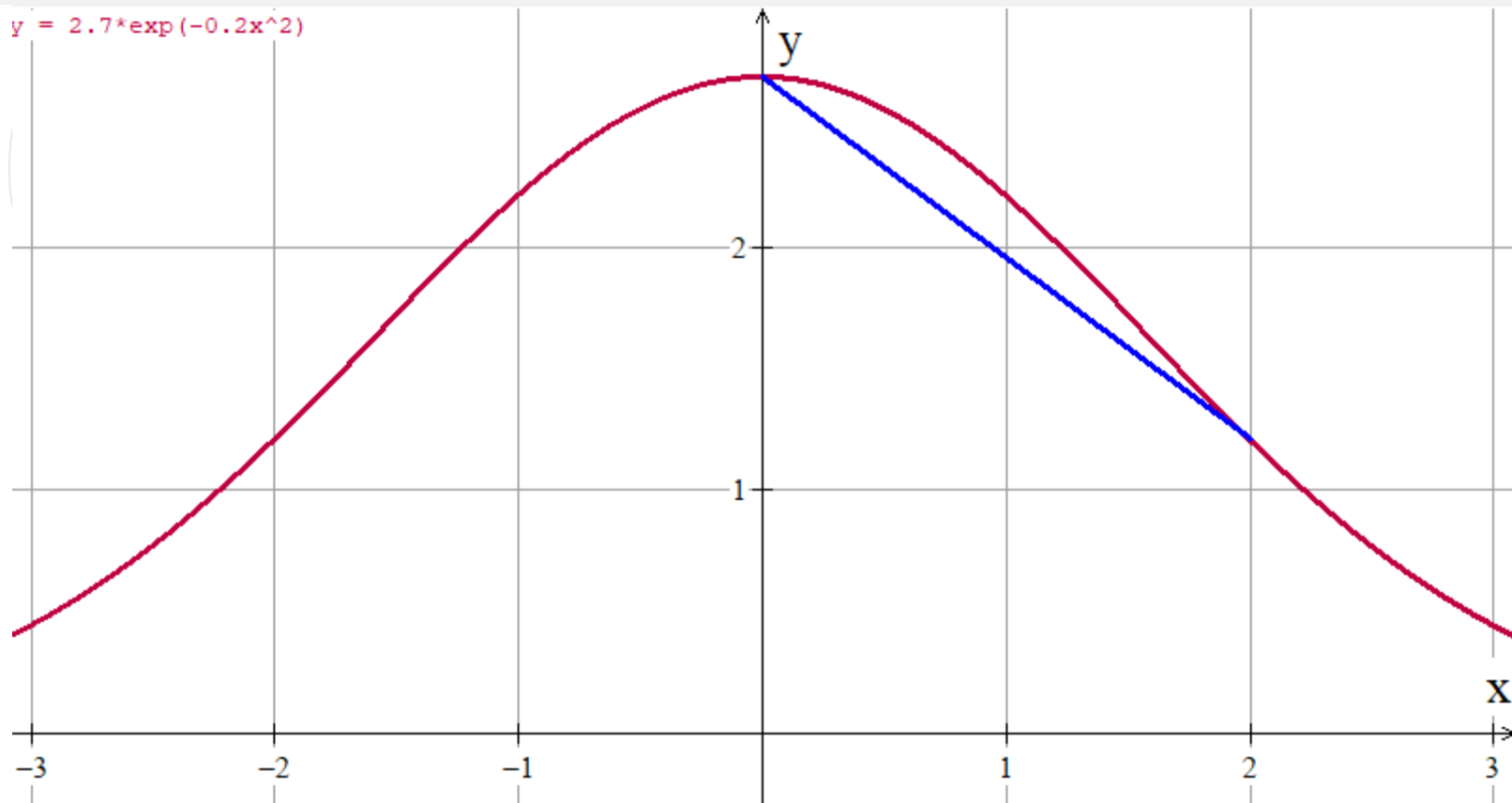
Exemplo – RTs

Resolva a integral abaixo

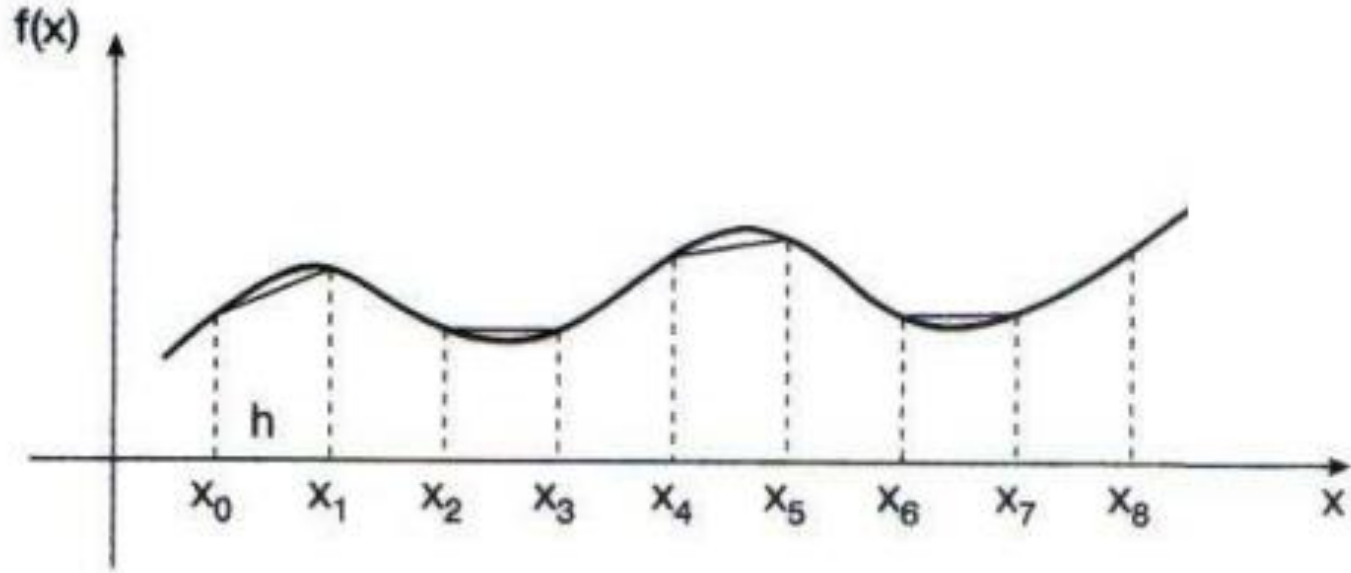
$$\int_0^2 2.7e^{-0,2x^2} dx$$

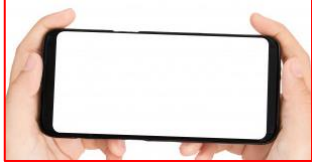
$$\int_0^2 2.7e^{-0,2x^2} dx$$

Gráfico do exemplo



Regra do Trapézio - Repetida





Regra do Trapézio - Repetida

$$\int_{x_0}^{x_m} f(x) dx = \frac{h}{2} [f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + \dots + 2f(x_{m-1}) + f(x_m)] - mh^3 \frac{f''(\xi)}{12}$$

$$I_{TR} = \frac{h}{2} \{f(x_0) + 2[f(x_1) + f(x_2) + \dots + f(x_{m-1})] + f(x_m)\}$$

$$E_{TR} = -\frac{mh^3 f''(\xi)}{12}.$$

Erro Máximo:

$$|E_{TR}| \leq \frac{mh^3 M_2}{12}$$

$$|E_{TR}| \leq \frac{b-a}{12} h^2 M_2.$$

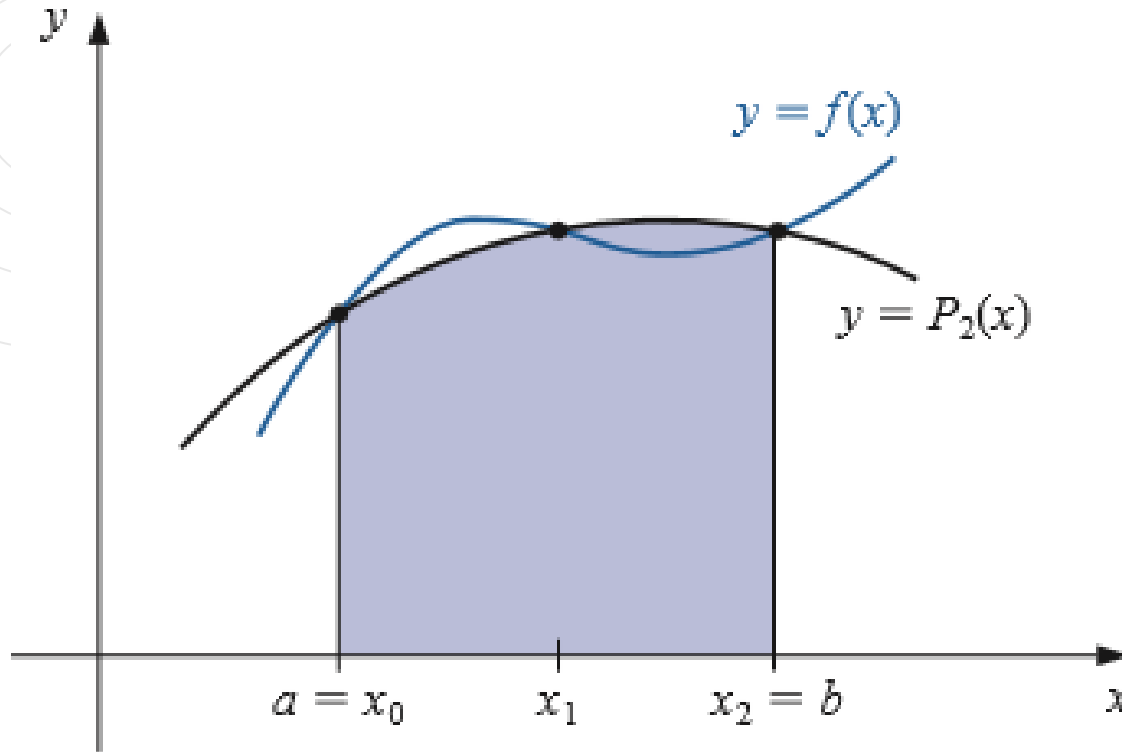
$$M_2 = \max_{x \in [a, b]} |f''(x)|.$$

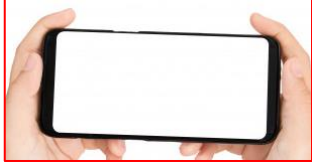
Exemplo – RTr

Resolva a integral abaixo com 3 repetições

$$\int_1^5 \textit{sen}(0,2x)dx$$

Regra 1/3 de Simpon - Simples





Regra 1/3 de Simpson - Simples

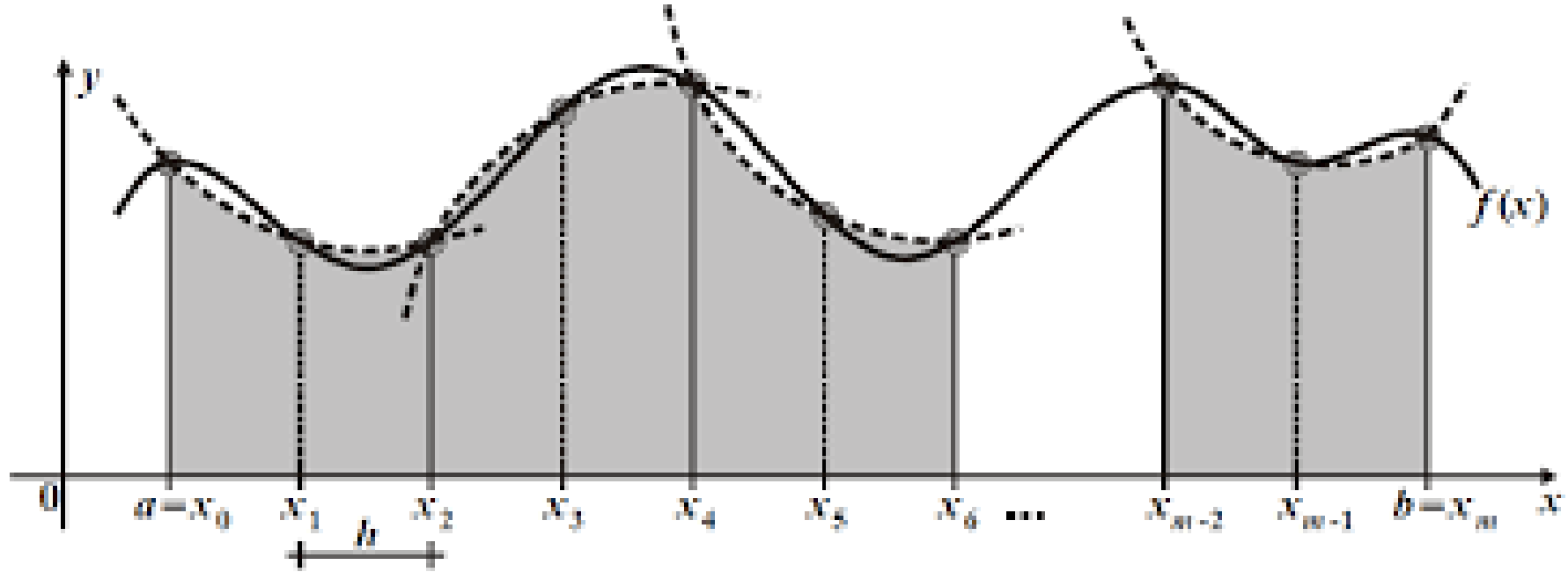
$$\int_{x_0}^{x_2} f(x) dx \approx \frac{h}{3} [f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2)] = I_S$$

$$E_S = -\frac{h^5}{90} f^{(iv)}(c), \quad c \in (x_0, x_2).$$

Exemplo:

$$\int_0^2 2.7e^{-0,2x^2} dx$$

Regra 1/3 de Simpson - Repetida



Regra 1/3 de Simpon - Repetida



$$I_{SR} = \frac{h}{3} \{ [f(x_0) + f(x_m)] + 4[f(x_1) + f(x_3) + \dots + f(x_{m-1})] + 2[f(x_2) + f(x_4) + \dots + f(x_{m-2})] \}$$

$$E_{SR} = - \sum_{k=1}^{m/2} \frac{h^5}{90} f^{iv}(c_k).$$

$$|E_{SR}| \leq \frac{mh^5}{180} M_4 \quad |E_{SR}| \leq \frac{(b-a)h^4}{180} M_4.$$

Integração numérica



Resolva a integral abaixo com 3 repetições use a R.T.r.

$$\int_0^3 2.7e^{-0,2x^2} dx$$

Integração numérica



Resolva a integral abaixo com 2 repetições use a R.T.r.

$$\int_{-1}^2 \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} + \cos(x^2) dx$$



Até a
próxima aula